PROBLEMAS DE ÓPTICA. GRUPO A. CURSO 2016/17
Tema 1. Ondas electromagnéticas en el vacío

1. Cierta onda se describe por la expresión $\vec{V}(z,t)=\vec{V}_0\, e^{-i(az^2+bt^2+2\sqrt{ab}zt)}$. ¿Es una onda plana? ¿Es armónica? ¿Cuál es la velocidad de propagación de la superficie donde $\vec{V}$ toma un mismo valor?

2. Señale algunas diferencias entre ondas luminosas en el vacío, ondas sonoras, y ondas en la superficie de un líquido.

3. Diga si las siguientes ondas son armónicas o no:
a) $E = A\cos^2(wt-\delta)$, b) $\mathrm{E = A\,sen(wt}-\delta)$, c) $E = A\cos(2wt-\delta)$, d) $E = A\exp\left[\cos(wt-\delta)\right]$, e) $E = A\cos(wt)$ f) $E = A\cos(wt^2)$.

4. Usando la primera ecuación de Maxwell demuestre que el vector $\vec{E}_0$ no puede ser constante para la onda esférica $\vec{E}(\vec{r},t)=\dfrac{\vec{E}_0\, e^{i(\omega t-k\cdot|\vec{r}|)}}{|\vec{r}|}$.

5. ¿El siguiente campo eléctrico puede ser una onda electromagnética? $\mathbf{E}(z,t)=\mathbf{E}_0\cos\left[\omega t-k(y+z)\right]$, donde $\mathbf{E}_0=(1,\ 1,\ 0)$.

6. Cierto campo eléctrico viene dado por la expresión

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cos\left[\frac{k}{2}\vec{r}\cdot(\vec{u}_1-\vec{u}_2)\right]\cos\left[\omega t-\frac{k}{2}\vec{r}\cdot(\vec{u}_1+\vec{u}_2)\right]$$

($\vec{E}_0$ real) donde $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ son dos vectores unitarios constantes y $k=\omega/c$. Se pide: a) ¿Es una onda armónica? b) Calcular su representación compleja. c) Calcular su velocidad de fase. d) Expresar $\vec{E}(\vec{r},t)$ como superposición de ondas planas.

7. Consideremos el campo eléctrico $\vec{E}(z,t)=E_0\cos(\omega t-kz)\vec{u}_x+E_0\mathrm{sen}(\omega t-kz)\vec{u}_y$ siendo $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ los correspondientes vectores unitarios. ¿Es una onda armónica? Escribir $\vec{E}$ en representación compleja. ¿Es una onda plana? ¿Cuál es su estado de polarización?

8. a) La suma de dos ondas planas, ¿es siempre una onda plana? b) La superposición de dos ondas linealmente polarizadas y viajando en la misma dirección ¿está siempre linealmente polarizada? c) La superposición de dos ondas circularmente polarizadas y viajando en la misma dirección, ¿está siempre circularmente polarizada?

9. Para cierta onda armónica plana $\vec{E}(z,t)=\vec{E}_0 e^{i(\omega t-kz)}$ las componentes cartesianas de $\vec{E}_0$ son $E_{0x}=p+iq$, $E_{0y}=f+ig$ y $E_{0z}=0$, con p, q, f y g reales. Decir el estado de polarización de la onda en los siguientes casos: a) $f=2p$, $g=2q$, b) $f=q=0$, $p=g$, c) $p=q=0$.

10. Para la onda $\vec{E} \propto e^{i\omega t}\left(e^{-iky}, e^{-ikx}, 0\right)$ demuestre que hay puntos con polarización circular y puntos con polarización lineal.

11. Teniendo en cuenta que para una onda armónica y plana $\vec{B} \propto \vec{k} \times \vec{E}$ demuestre que el estado de polarización de $\vec{B}$ es el mismo de $\vec{E}$ pero rotado un cierto ángulo. Considere $\vec{k} = (0,0,k)$.

12. Razone cuál es el estado de polarización de la onda $\vec{E} = E_0(\cos(kz), \mathrm{sen}(kz), 0)\cos(\omega t)$ con $k = \omega / c$. Especifique cómo varía el estado de polarización al cambiar z. ¿Cómo se podría generar esta onda?/

13. Estime la amplitud del campo eléctrico de una onda armónica plana cuyo promedio temporal del vector de Poynting es a) $125 W/m^2$ (bombilla). b) $1 KW/m^2$ (luz solar). c) $1 W/cm^2$ (láser continuo He-Ne). d) $1 MW/cm^2$ (láser pulsado).

14. Halle el valor instantáneo del vector de Poynting $\vec{S}$ de la onda electromagnética en el vacío cuyo campo eléctrico viene dado por $\vec{E} = Re\,[E_0(\vec{u}_x + i\vec{u}_y)e^{i(\omega t - kz)}]$.

15. Se tiene una onda electromagnética plana y monocromática propagándose en el vacío. Sabiendo que la onda se mantiene constante sobre los planos perpendiculares al vector $k(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0)$ y que el campo magnético tiene la dirección del eje z, se pide expresar los vectores: a) Campo eléctrico y magnético. b) Promedio temporal del vector de Poynting.

16. El campo eléctrico correspondiente a una onda plana monocromática propagándose en la dirección Z tiene la forma $\vec{E} = A_1 \sin(\omega t - kz)\vec{u}_x + A_2 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_y$, donde $A_{1,2}$ son constantes $\vec{u}_{x,y}$ son vectores unitarios constantes en la dirección de los ejes X e Y respectivamente. a) Calcúlese el promedio temporal del vector de Poynting de dicho campo. b) Demuéstrese que $\vec{E}$ puede escribirse como la superposición de dos campos, uno de ellos linealmente polarizado y el otro circularmente polarizado. Escríbanse las expresiones para ambos campos.

17. Razone si para una onda circularmente polarizada se pueden definir frentes de onda.

18. Escríbase en representación compleja una onda armónica y plana propagándose en el eje Z con las siguientes polarizaciones: a) circularmente polarizada, b) linealmente polarizada formando el campo 45 grados con los ejes cartesianos XY y c) elípticamente polarizada.

19. Consideremos dos ondas planas monocromáticas linealmente polarizadas que se propagan en la misma dirección. Determinar el promedio temporal del vector de Poynting de la superposición de ambas ondas si las dos ondas tienen la misma frecuencia y los vectores $\vec{E}$ perpendiculares.